

文章编号:1000-8055(2011)09-2044-05

高速旋转发动机叶片模型的断裂力学分析

陈爱军¹, 陈 铨¹, 章定国¹, 廖连芳²

(1. 南京理工大学 理学院, 南京 210094;

2. 中国航空工业集团公司 沈阳发动机设计研究所, 沈阳 110015)

摘 要: 建立了带裂纹平板叶片的断裂力学模型. 首先由已知参考均布载荷下的应力强度因子, 得到了带裂纹叶片的权函数; 然后根据权函数思想, 推导出了高速旋转叶片裂纹尖端处的应力强度因子公式; 最后, 由断裂准则给出了叶片飞断时临界转速的估算方法. 算例研究表明, 裂纹的深度和位置对裂纹尖端处的应力强度因子和叶片飞断时的临界转速有很大的影响.

关 键 词: 叶片; 裂纹; 应力强度因子; 权函数法; 临界转速

中图分类号: V232.4; O346.1

文献标志码: A

Fracture mechanics analysis for rotating blade model of aero-engine

CHEN Ai-jun¹, CHEN Cheng¹, ZHANG Ding-guo¹, LIAO Lian-fang²

(1. School of Sciences,

Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. Shenyang Aeroengine Research Institute,

Aviation Industry Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: An analysis model for the cracked plate of blade was established using fracture mechanics method. Firstly, the weight function for blade containing a single edge crack was derived from one reference stress intensity factor under uniform load. Secondly, the stress intensity factor at the tip of crack of rotating blade was calculated using weight function method. Finally, critical rotate speed of blade was inferred on the basis of fracture criterion. The analysis of examples shows that the depth and position of crack in blade have much influence on the stress intensity factor and critical rotating speed.

Key words: blade; crack; stress intensity factor; weight function method; critical rotate speed

由于航空发动机叶片长期在恶劣的工作环境中运转, 叶片上会出现疲劳裂纹, 在高速旋转状态下容易引发断裂. 断裂后的叶片将以巨大的能量甩出, 机匣的包容性问题对保障航空安全至关重要. 各国对发动机机匣的包容性都非常重视, 针对飞机机匣包容性开展了许多工作^[1-8]. 由于研究方便, 平板叶片模型目前广泛应用于机匣包容性模拟实验和数值仿真中. 例如国内的浙江大学在

旋转试验器上, 采用预置裂纹平板模拟发动机叶片, 在试验腔内抽真空以减小空气阻力引起的动力损耗, 通过高速摄影获取飞断叶片对机匣模型的撞击过程^[5,8].

估算高速旋转平板叶片断裂时的临界转速, 对开展航空发动机的包容性模拟实验和计算机仿真研究非常重要. 文献[5]采用第一强度理论的断裂准则进行预测, 即 $\sigma \geq \sigma_b$ 时发生断裂, 该方法虽

收稿日期: 2010-10-07; 修订日期: 2011-01-22

基金项目: 中国一航航空推进技术验证计划 (APTD-1104-02); 南京理工大学自主科研专项计划 (2010GJPY026)

作者简介: 陈爱军 (1972—), 男, 江西吉安人, 副教授, 博士, 主要从事结构的断裂疲劳和有限元计算研究.

然简单,但未考虑裂纹尖端应力奇异性和角加速度等因素的影响.本文运用断裂力学知识,对高速旋转的带裂纹平板叶片的断裂进行深入分析,建立起叶片飞断的断裂力学模型,通过计算裂纹尖端处的应力强度因子,估算出叶片断裂时的临界转速等,希望能够为模拟实验和相关工程设计提供参考.

1 带裂纹平板叶片的断裂力学模型

目前,国内外多采用平板模拟发动机叶片开展实验和仿真研究.如图1为本文研究的简化为规则平板的带裂纹叶片模型,在平面内绕轴线方向的旋转.根据断裂准则,当裂纹尖端处的应力强度因子 K_{Ic} 达到材料的断裂韧性 K_{Ic} 时,高速旋转叶片将会发生断裂.即

$$K_I(\omega, \beta, a) = K_{Ic} \quad (1)$$

式中 ω, β 和 a 分别为角速度、角加速度和裂纹深度.

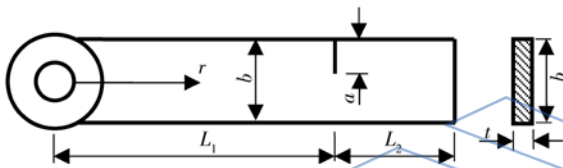


图1 带裂纹平板叶片

Fig. 1 Plate of blade containing crack

本文采用权函数方法计算裂纹尖端处的应力强度因子 K_I . 由权函数法思想^[9], 裂纹深度为 a 的线弹性结构, 应力强度因子可由无裂纹体中假想位置处的“裂纹面应力” $\sigma(x)$ 经权函数 $m(a, x)$ 加权积分得到

$$K_I = \int_0^a \sigma(x) \cdot m(a, x) dx \quad (2)$$

由于权函数 $m(a, x)$ 是含裂纹结构的几何特性, 与裂纹体的受力情况无关. 一旦 $m(a, x)$ 确定出来后, 便可以用来计算在任意的“裂纹面应力” $\sigma(x)$ 下的应力强度因子 K_I . 显然, 确定权函数 $m(a, x)$ 的表达式是本方法的关键, 它可以表示为^[9-10]

$$Z(a) = \frac{[J_1(a) - 4Y(a) \cdot J_2(a) \cdot \sqrt{a}] \cdot \sqrt{a}}{J_3(a)} \quad (7)$$

式中

$$J_1(a) = \sqrt{2\pi} \int_0^a Y^2(a) \cdot a da = \sqrt{2\pi} \cdot \left[0.627a^2 - 0.172 \frac{a}{b} + 5.921 \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 10.705 \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 31.568 \left(\frac{a}{b} \right)^4 - 67.476 \left(\frac{a}{b} \right)^5 + 139.123 \left(\frac{a}{b} \right)^6 - 146.685 \left(\frac{a}{b} \right)^7 + 92.355 \left(\frac{a}{b} \right)^8 \right] \quad (8)$$

$$m(a, x) = H \cdot \frac{\partial U_r(a, x)}{\partial a} \cdot \frac{1}{K_I} \quad (3)$$

式中在平面应力时 $H = E$; U_r 为裂纹面的张开位移.

图2为具有单边裂纹的平板, 确定该带裂纹弹性体的权函数, 对研究其在不同载荷作用下裂纹尖端处的应力强度因子具有十分重要的意义. 为了方便研究, 本文选用图示均匀拉力 σ_0 作为参考载荷.

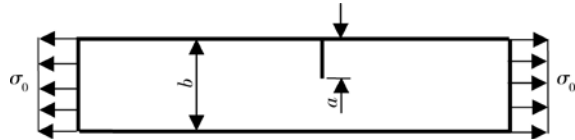


图2 具有单边裂纹的平板

Fig. 2 Plate containing edge crack

文献[11]通过积分变换法得到了具有单边裂纹平板在均布拉力 σ_0 作用下的应力强度因子 K_{Ir} 的精确解, 其表达式可以写成如下形式:

$$K_{Ir} = \sigma_0 \cdot Y(a) \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (4)$$

$$Y(a) = 1.12 - 0.231 \left(\frac{a}{b} \right) + 10.55 \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 21.72 \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 30.39 \left(\frac{a}{b} \right)^4 \quad (5)$$

式中 a 为裂纹深度, b 为平板的宽度.

对于裂纹面上的张开位移 U_r , 本文采用 Petroski 和 Achenbach 在文献[10]中给出的方法, 它可假设为如下的多项式形式:

$$U_r(a, x) = \frac{\sigma_0}{H \cdot \sqrt{2}} \cdot \left[4Y(a) \cdot \sqrt{a(a-x)} + Z(a) \cdot \frac{(a-x)^{3/2}}{\sqrt{a}} \right] \quad (6)$$

式中 σ_0 为裂纹面上的应力, $Z(a)$ 为待定函数. 如图2所示, x 轴沿裂纹面方向, 原点取在板的外壁. 均匀拉力作用下, 无裂纹平板在裂纹面部位处 $\sigma(x) = \sigma_0$.

在式(2)和式(3)中, 令 $K_{new} = K_{Ir}$, 经推导可得

$$J_2(a) = \int_a^a \frac{\sigma(x)}{\sigma_0} \cdot (a-x)^{1/2} dx = \frac{2}{3} a^{3/2} \quad (9)$$

$$J_3(a) = \int_0^a \frac{\sigma(x)}{\sigma_0} \cdot (a-x)^{3/2} dx = \frac{2}{5} a^{5/2} \quad (10)$$

将公式(7)经一步简化得

$$\frac{dJ_1}{da} = \sqrt{2}\pi a \cdot \left[1.254 - 0.517 \frac{a}{b} + 23.685 \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 53.527 \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 189.411 \left(\frac{a}{b} \right)^4 - 472.332 \left(\frac{a}{b} \right)^5 + 1112.987 \left(\frac{a}{b} \right)^6 - 1320.142 \left(\frac{a}{b} \right)^7 + 923.552 \left(\frac{a}{b} \right)^8 \right] \quad (11)$$

$$\frac{dJ_2}{da} = a^{1/2} \quad (12)$$

$$\frac{dJ_3}{da} = a^{3/2} \quad (13)$$

$$\frac{dY}{da} = \frac{1}{b} \cdot \left[-0.231 + 21.2 \frac{a}{b} - 65.16 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 121.56 \left(\frac{a}{b} \right)^3 \right] \quad (14)$$

$$\frac{dZ}{da} = \frac{1}{J_3} \cdot \left[\left(2 \frac{dJ_1}{da} a + J_1 \right) \frac{1}{2\sqrt{a}} - 4a \left(\frac{dY}{da} J_2 + Y \frac{dJ_2}{da} \right) - \left(4Y + \frac{3}{2} Z \right) J_2 \right] \quad (15)$$

求出 $U_r(a, x)$ 后代入式(3), 可得到带单边裂纹平板的权函数

$$m(a, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot Y} \cdot \left[\frac{2Y}{\sqrt{a-x}} + \left(4 \frac{dY}{da} + \frac{2Y}{a} + \frac{3Z}{2a} \right) \cdot \sqrt{a-x} + \left(\frac{dZ}{da} - \frac{Z}{2a} \right) \frac{(a-x)^{3/2}}{a} \right] \quad (16)$$

如图1为带裂纹的平板叶片模型, 在平面内绕轴线方向的旋转, 相比于转动所引起的惯性力, 重力可以忽略不计. 若已知角速度 ω 和角加速度 β , 旋转平板叶片法向加速 $a_n(r) = \omega^2 r$, 切向加

速度 $a_t(r) = \beta \cdot r$, 其中 r 为研究截面至旋转轴的距离.

由截面法^[12], 可得距转轴为 l_1 截面的轴力 F_n 和弯矩 M 如下:

$$F_n = \int a_n(r) dm = \frac{\omega^2 \rho b t}{2} (l_2^2 + 2l_1 \cdot l_2) \quad (17)$$

$$M = \int (r - l_1) a_t(r) dm = \beta \rho b t \left(\frac{l_1 \cdot l_2^2}{2} + \frac{l_2^3}{3} \right) \quad (18)$$

于是, 无裂纹平板在裂纹面位置处的正应力 $\sigma(x)$ 为

$$\begin{aligned} \sigma(x) &= \sigma_{F_n}(x) + \sigma_m(x) \\ \sigma(x) &= \frac{F_n}{b \cdot t} + \frac{M}{t \cdot b^3/12} \cdot \left(\frac{b}{2} - x \right) = \frac{\omega^2 \rho}{2} (l_2^2 + 2l_1 l_2) + \\ &\quad \frac{\beta \rho (3l_1 l_2^2 + 2l_2^3)}{b} - \frac{\beta \rho (6l_1 l_2^2 + 4l_2^3)}{b^2} x \end{aligned} \quad (19)$$

$\sigma(x)$ 可以整理成如下形式:

$$\sigma(x) = C_1 + C_2 \cdot x \quad (20)$$

其中

$$C_1 = \frac{\omega^2 \rho}{2} (l_2^2 + 2l_1 l_2) + \frac{\beta \rho (3l_1 l_2^2 + 2l_2^3)}{b}, \quad C_2 = -\frac{\beta \rho (6l_1 l_2^2 + 4l_2^3)}{b^2} \quad (21)$$

将式(20)代入式(2)中, 得到

$$K_1(\omega, \beta, a) = C_1 K_1^{(1)}(a) + C_2 K_1^{(2)}(a) \quad (22)$$

式中

$$K_1^{(1)}(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot Y} \left[\left(\frac{16}{3} Y + \frac{4}{5} Z \right) \cdot a^{1/2} + \left(\frac{8}{3} \cdot \frac{dY}{da} + \frac{2}{5} \cdot \frac{dZ}{da} \right) \cdot a^{3/2} \right]$$

$$K_1^{(2)}(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot Y} \left[\left(\frac{16}{5}Y + \frac{13}{35}Z \right) \cdot a^{3/2} + \left(\frac{16}{15} \cdot \frac{dY}{da} + \frac{4}{35} \cdot \frac{dZ}{da} \right) \cdot a^{5/2} \right]$$

确定出裂纹尖端处应力强度因子 $K_1(\omega, \beta, a)$ 后,由断裂准则 $K_1 \leq K_{Ic}$,可以进行平板叶片的断裂研究,确定裂纹尖端处的应力强度因子和叶片飞断时的临界转速 ω_c 。以上工作已编写了计算程序,便于工程应用。

2 计算结果及分析

叶片平板模型尺寸 $300 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$;钛合金 TC4 材料,密度 $\rho = 4510 \text{ kg/m}^3$,弹性模量 $E = 113 \text{ GPa}$,泊松比 $\nu = 0.33$,材料断裂韧性 $K_{Ic} = 73.1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ 。角速度 $\omega = 800 \text{ rad/s}$,考虑裂纹出现在叶片根部 $L_1 = 50 \text{ mm}$,中部 $L_1 = 150 \text{ mm}$ 和端部 $L_1 = 250 \text{ mm}$ 三种情况。裂纹尖端处的应力强度因子 K_1 和临界转速 ω_c 变化规律如图 3(裂纹深度取 $a/b = 0.2$)、图 4 和图 5 所示。

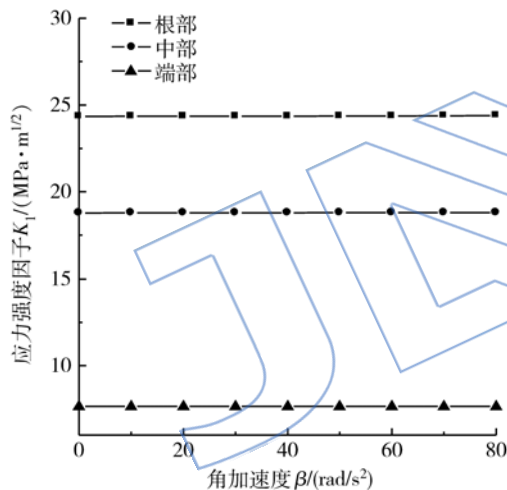


图 3 不同角加速度下的应力强度因子

Fig. 3 Stress intensity factor with different angular accelerations

由图 3 可见,裂纹深度 $a/b = 0.2$ 下,裂纹出现在平板叶片根部情况的应力强度因子 K_1 最大,容易造成叶片发生断裂,应防范叶片根部出现裂纹情况。另外正常工作状态下,叶片的角加速度 β 对应力强度因子 K_1 影响不大,可以略去它的影响。

由图 4 可见,随着裂纹深度的增加,裂纹尖端处的应力强度因子 K_1 显著增加。控制叶片上裂纹的深度对保证安全具有重要的意义。由图 5 可见,高速旋转叶片的临界转速 ω_c 与裂纹深度和出现的部位相关。临界转速 ω_c 随着裂纹深度的增

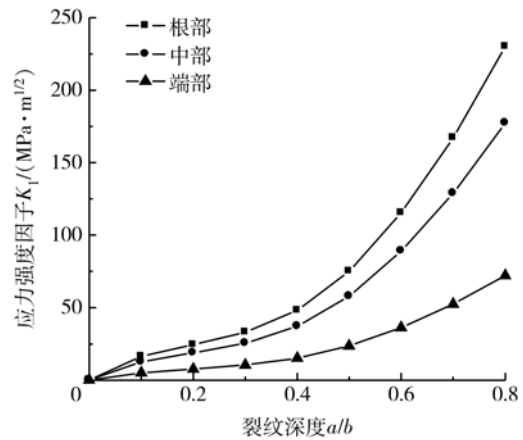


图 4 不同裂纹深度下的应力强度因子

Fig. 4 Stress intensity factor with different depth of cracks

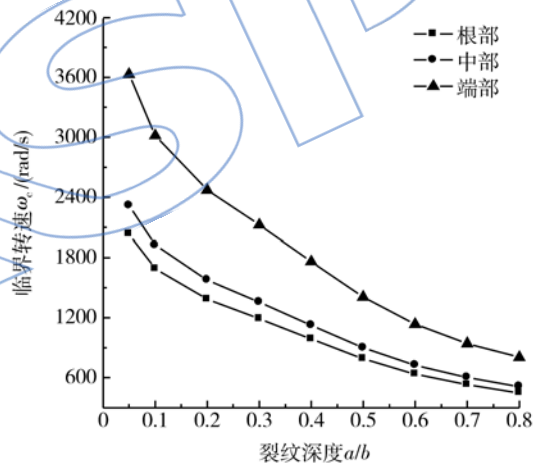


图 5 不同裂纹深度下的临界转速

Fig. 5 Critical rotating speed with different depth of cracks

加,明显降低。裂纹出现在叶片根部处临界转速最低,而裂纹出现在叶片端部处临界转速最高。

3 结束语

本文采用断裂力学方法,研究了带裂纹高速旋转平板叶片问题。由权函数方法推导了裂纹尖端处的应力强度因子,通过断裂准则建立叶片飞断的估算方法。通过算例,研究了裂纹出现在叶片的端部、中部和根部,角加速度、裂纹深度对应力强度因子的影响,分析了叶片飞断时的临界转速。文中的研究希望可以为航空发动机的包容性模拟实验和相关工程设计提供参考。

参考文献:

- [1] Frankenberger C E. FAA T53-L-13L turbine fragment containment test[R]. DOT/FAA/AR-98/22, 1998.
- [2] Sarkar S, Atluri S N. Effects of multiple blade interaction on the containment of blade fragments during a rotor failure[J]. Finite Element in Analysis and Design, 1996, 23(2-4): 211-223.
- [3] Kraus A, Frischbier J. Containment and penetration simulation in case of blade loss in a low pressure turbine[R]. Bad Mergentheim, Germany; DYNAmore LS-DYNA Forum, 2002.
- [4] Carney K, Pereira M, Revilock D, et al. Jet engine fan blade containment using two alternate geometries[R]. ULM, Germany; 4th European LS-DYNA Users Conference, 2003.
- [5] 宣海军, 洪伟荣, 吴荣仁. 航空发动机涡轮叶片包容试验及数值模拟[J]. 航空动力学报, 2005, 20(5): 762-767.
XUAN Haijun, HONG Weirong, WU Rongren. Aero-engine turbine blade containment tests and numerical simulation[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(5): 762-767. (in Chinese)
- [6] 于亚彬, 陈伟. 模型机匣/叶片包容性数值分析[J]. 航空动力学报, 2005, 20(3): 429-433.
YU Yabin, CHEN Wei. Numerical analysis of the modeled blade/casing containment[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(3): 429-433. (in Chinese)
- [7] 曹俊俊, 陈爱军, 章定国, 等. 双层模型机匣和叶片的包容性问题数值模拟[J]. 航空计算技术, 2009, 39(6): 33-36.
CAO Junjun, CHEN Aijun, ZHANG Dingguo, et al. Numerical simulation of the double-layered aero-engine case and blade containment[J]. Aeronautical Computing Technique, 2009, 39(6): 33-36. (in Chinese)
- [8] 范志强, 高德平, 姜涛, 等. 模型机匣的包容性试验和数值模拟[J]. 南京航空航天大学学报, 2006, 38(5): 551-556.
FAN Zhiqiang, GAO Deping, JIANG Tao, et al. Experimental study and numerical simulation of model casing containment[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 38(5): 551-556. (in Chinese)
- [9] Rice J R. Some remarks on elastic crack-tip stress fields[J]. Int. Journal Solids Structures, 1972, 8(6): 751-758.
- [10] Petroski H J, Achenbach J D. Computation of the weight function from a stress intensity factor[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1978, 10(2): 257-266.
- [11] 丁遂栋. 断裂力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
- [12] 刘鸿文. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.